

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВСТРЕЧАЮЩИХСЯ В ЛЕСНЫХ НАУКАХ, ИХ АНАЛИЗ И ВЫВЕДЕНИЕ НОВЫХ ФОРМУЛ

Г.Б. Мамедов<sup>1\*</sup>, В.С. Самедов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Азербайджанский Государственный Аграрный Университет, Гянджа, Азербайджан

### A STUDY OF THE ACCURACY OF SOME MATHEMATICAL EQUATIONS OF THE FOREST SCIENCE, THEIR ANALYSIS AND DERIVING OF THE NEW FORMULAS

G.B. Mammadov, V.S. Samadov (Azerbaijan State Agricultural University, Ganja, Azerbaijan)

**Резюме.** В статье анализируется точность определения видового числа ствола дерева на корню. Доказывается, что старая формула для вычисления видового числа ствола дерева на корню является ошибочной, т.к. видовое число ствола дерева определяется путем приравнивания объема дерева к объему цилиндра. Нами предложен другой способ определения этого показателя. В работе предложены новые формулы для определения видового числа и вычисления биологической эффективности.

**Abstract.** The paper analyzes the accuracy of determining the form factor of the tree trunk in the forest. It is proved that the existing formula for the calculating the form factor of the tree trunk is erroneous, since it bases on the equating the volume of wood and volume of a cylinder. We proposed another method of determining this indicator. In the paper new formulas are proposed for determining the form factor and calculating the biological efficiency.

**Ключевые слова:** видовое число, дерево, биологическая эффективность, лесозащита.

**Keywords:** species number, wood, biological efficiency, forest protection.

\**Габиль Мамедов, доктор технических наук, профессор, Азербайджанский Государственный Аграрный Университет, Гянджа, Азербайджан, e-mail: [m\\_qabil@rambler.ru](mailto:m_qabil@rambler.ru)*

**Поступила в редакцию:** 16 октября 2017

## 1. Введение

Видовое число ствола дерева на корню, биологическая эффективность лесозащитных мероприятий имеет огромное значение в лесоводственной науке. Эффективность лесного хозяйства часто зависит от точности определения значений этих показателей. Существующая формула для определения видового числа содержит в себе ошибку, а формула для определения биологической эффективности лесозащитных мероприятий недостаточно точна. Поэтому, целью данной статьи является анализ рассматриваемых формул, обоснование и выведение новых формул.

## 2. Критика существующих теорий и выведение новых формул

### *а) Вычисление видового числа ствола дерева*

В учебниках по таксации и в научных статьях объем дерева на корню определяется в виде формулы

$$V = g_{1.3} \cdot H \cdot f \quad (1)$$

где,  $V$  – объем дерева на корню ( $m^3$ ),  $g$  – площадь поперечного сечения дерева на уровне груди ( $cm^2$ ),  $h$  – высота дерева,  $f$  – видовое число растущего дерева, который определяется как отношение объема дерева, или его части к объему цилиндра, имеющего высоту, равную высоте дерева, и основание, равное площади сечения ствола, взятой на той или иной высоте ( $h$ ) в нижней части ствола [1]:

$$f = \frac{V_{\text{дерева}}}{V_{\text{цилиндр}}} \quad (2)$$

Введение в формулу видового числа связано тем, что древесный ствол симметричен, однако не представляет собой правильного стереометрического тела, поэтому его объем не может быть определен по формулам параболоида, нейлоида, конуса [8]. Поэтому, видовое число в уравнении (1) позволяет в каждом конкретном случае точно определять объем ствола дерева на корню. Согласно существующей теории, формула для вычисления видового числа дерева получается из формулы (1) путем следующих соображений: левая часть формулы (1) можно представить в виде

$$V = g_m \cdot H \quad (3)$$

Правая часть формулы (3) есть формула объема цилиндра имеющего одинаковую с параболоидом высоту, а основание – равное площади сечения на середине высоты параболоида. Учитывая формулы (3) в формуле (1) получаем

$$g_m \cdot H = g \cdot H \cdot f \Rightarrow f = \frac{g_m \cdot H}{g_{1.3} \cdot H} = \frac{g_m}{g_{1.3}} = \frac{\frac{\pi \cdot d_{0.5H}^2}{4}}{\frac{\pi \cdot d_{1.3H}^2}{4}} = \frac{d_{0.5H}^2}{d_{1.3H}^2} = q_2^2 \Rightarrow f = q_2^2 \quad (4)$$

Таким образом, достаточно измерить диаметр дерева на середине и на уровне высоты груди (1.3H) дерева и путем применения формулы  $f = q_2^2$  найти видовое число дерева [5].

Несостоятельность формулы (4) видна невооруженным глазом, поскольку формулой (4) ничего не определяется вообще, поскольку на странице 26 из последнего приведенного литературного источника - *Древесный ствол как тело вращения*, читаем “*Древесный ствол довольно симметричен, однако не представляет собой правильного стереометрического тела, поэтому объем его не может быть определен по какой либо формул для правильных тел вращения, например параболоида, конуса, нейлоида*”. На левой части же выражения (4) объем цилиндра, как объем правильного стереометрического тела приравнивается к объему дерева, и умножением ( $g_{1.3} \cdot H$ ) на  $f$  мы получаем не объем дерева, а объем цилиндра, и наоборот, если выражение (4) правильно, то нет нужды вычислять видовое число, поскольку объем цилиндра и без видового числа легко вычисляется.

Таким образом, уравнение (1) не может являться уравнением объема ствола дерева на корню.

Пользуясь идеей видового числа, нами предложен другой способ определения этого показателя. В одноярусном лесу форма дерева во многом зависит от полноты древостоя, чем выше полнота, тем больше форма дерева приближается к правильным стереометрическим фигурам, и наоборот, чем меньше полнота, тем больше форма дерева отличается от стереометрических

фигур. Таким образом, полнота является регулирующим фактором, влияющим на форму ствола дерева. Все другие факторы среды, включая антропогенный фактор, на форму ствола дерева влияют через полноту древостоя. В результате этого влияния чем выше высота дерева тем форма ствола на большем его протяжении близко к цилиндру, и наоборот, при неизменной высоте, чем больше диаметр дерева на уровне высоты груди, тем больше форма ствола отличается от цилиндра. С другой стороны, если большие значения высоты дерева приближают форму ствола дерева на большом его протяжении близко к цилиндру, то большие значения диаметра при постоянной высоте дерева, наоборот искажают форму ствола дерева от правильной геометрической фигуры, т.к. ствол дерева становится кривой, с сучьями и т.д. Исходя из вышесказанного, для определения видového числа нами предложена следующая формула:

$$f = \frac{1}{24 \cdot 10^8} \cdot \frac{H^2 \cdot (\sum g_i)^2}{(d^3)^2} \quad (5)$$

где,  $H$  – высота дерева,  $\sum g_i$  – сумма площадей сечения деревьев в древостое,  $d$  – диаметр дерева. Числитель формулы (5) представляет собой квадрат объема воображаемого цилиндра, высота, которой равна высоте дерева, основание же равно сумме площадей сечения деревьев в древостое. Знаменатель формулы является квадратом куба, сторона которой равна диаметру ствола рассматриваемого дерева на уровне груди. С коэффициентом  $24 \cdot 10^8$  объем квадрата куба всегда больше объема квадрата цилиндра. Таким образом, формула (5) выражает отношение квадрата объема цилиндра к  $24 \cdot 10^8 \times$  квадрату объема куба. Уравнение (5) можно интерпретировать как объем куба, заполненной объемом цилиндра. Пусть  $(H \cdot \sum g_i)^2 = x_1^2$  и  $(d^3)^2 = (x^3)^2 = y_2$ . Графики функций  $y_1$  и  $y_2$  при значениях (x): (-10)-(10) представлены в нижеприведенных рисунках:

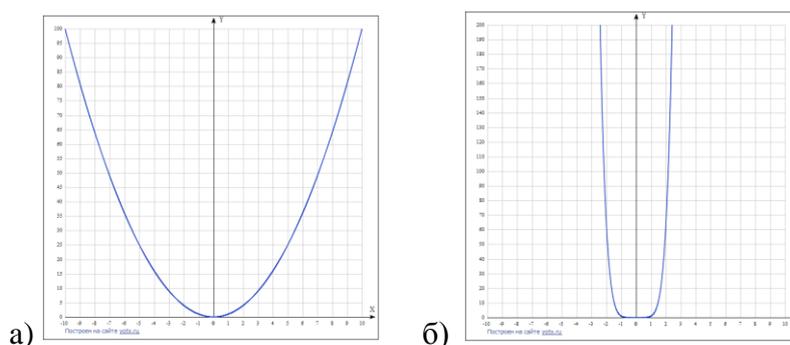
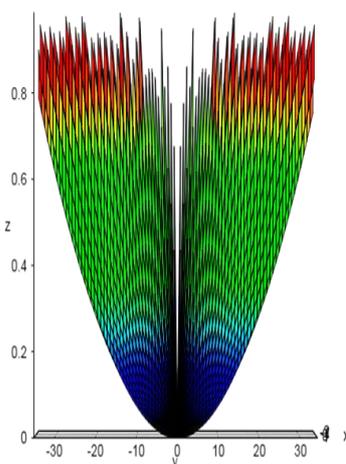


Рисунок 1. Графики функций: а)  $y_1 = x_1^2$ , б)  $y_2 = x^6$

Как видно из рисунка графики обеих функций являются параболлами.

Построим также график функции (5) при следующих допущениях:  $f = z$ ;  $y_1 = y$ ;  $y_2 = x$ . Тогда при значениях  $x$ : (-0.09)-(0.09),  $y$ : (-40)-(40),  $z$ : (0)-(-1) график функции (5) можно представить нижеследующим рисунком:



**Рисунок 2.** График функции поверхности  $f = \frac{1}{24 \cdot 10^8} \cdot \frac{H^2 \cdot (\sum g_i)^2}{(d^3)^2}$

Как видно из рисунка 2 внешняя кривая поверхности является уравнением кривой  $y_1 = x_1^2$ , внутренний прорез же -  $y_2 = x_2^6$ . Вместе с положительными и отрицательными значениями переменных график функции (5) представляет собой два параболоида связанных вершинными частями вместе. Минусовые значения переменных использованы для большей наглядности рисунка.

Таким образом, в отличие от  $f = q_2^2$ , который для каждого конкретного дерева является всего лишь числом, график функции  $f = \frac{1}{24 \cdot 10^8} \cdot \frac{H^2 (\sum g_i)^2}{(d^3)^2}$  для каждого конкретного дерева представляет собой параболоид вращения.

Уравнение  $f = \frac{1}{24 \cdot 10^8} \cdot \frac{H^2 (\sum g_i)^2}{(d^3)^2}$  также имеет ограничения в плане его применения. Им нельзя пользоваться при вычислении объема как одиноко стоящего дерева, так и деревьев произрастающих у кромки леса.

#### ***б) Вычисление биологической эффективности лесозащитных мероприятий***

В защите леса против вредителей и болезней пользуются химическими, биологическими, биофизическими методами. Одним из критериев использования пестицидов является оценка их эффективности [2-4, 6], в частности оценка их биологической эффективности. Под биологической эффективностью пестицидов понимается количество здоровых растений, количество сохраненного урожая в опытах по сравнению с контрольным вариантом.

В лесном хозяйстве биологическая эффективность лесозащитных мероприятий определяется путем применения разных уравнений, таких как, формула Аббота, Хендерсона-Тилтона, Шнайдера-Орелли, Сан-Шепарда, и т. д.

По литературным данным при учете живых особей в популяции, однородной как на обработанном участке, так и в контроле, используют формулу Аббота:

$$M = \left(1 - \frac{P}{K}\right) \cdot 100 \quad (6)$$

где  $M$  – эффективность, или процент гибели вредителей;  $P$  – число живых особей вредителя на обработанном участке после обработки, шт.;  $K$  – число живых особей вредителя в контроле после обработки, шт.

Если учитывают живых особей в неоднородной популяции, используют формулу Хендерсона-Тилтона:

$$M = \left( 1 - \frac{K_1 \cdot P_2}{K_2 \cdot P_1} \right) \cdot 100 \quad (7)$$

где  $M$  – эффективность, или процент гибели вредителей;  $P_1$  – число живых особей вредителя на обработанном участке до обработки, шт.;  $P_2$  – число живых особей вредителя на обработанном участке после обработки, шт.;  $K_1$  – число живых особей вредителя в контроле до обработки, шт.;  $K_2$  – число живых особей вредителя в контроле после обработки, шт.

Для учета погибших насекомых при условии однородности популяции используют формулу Шнайдера-Орелли:

$$C = \left( \frac{T - S}{100 - S} \right) \cdot 100 \quad (8)$$

где  $C$  – эффективность, или процент гибели вредителей;  $T$  – доля погибших особей вредителя на обработанном участке, %;  $S$  – доля погибших особей вредителя в контроле, %.

Эффективность мер защиты в популяции целевого вида, неоднородной по численности и распределению по площади, определяют по погибшим насекомым, используя формулу Сан-Шепарда:

$$C = \left( \frac{T \pm Z}{100 \pm Z} \right) \cdot 100 \quad (9)$$

где  $C$  – эффективность, или процент гибели вредителей;  $T$  – доля погибших особей вредителя на обработанном участке, %;  $Z$  – изменение (%) плотности популяции вредителя в контроле, которое определяется по формуле:

$$Z = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \cdot 100 \quad (10)$$

где  $K_1$  – число живых особей вредителя в контроле до обработок, шт.;  $K_2$  – число живых особей вредителя в контроле после обработки, шт. [7].

Недостатком во всех этих формулах является то что, в них нет точки отсчета, ниже которого эффективность лесозащитных мероприятий должна считаться нулевой. Обычно такая точка исследователем вводится дополнительно исходя из важности объекта лесозащиты и экологической безопасности проводимых мероприятий. К примеру, предположим, что в некоем лесничестве проведены защитные обработки против гусениц непарного шелкопряда. В однородной популяции, где число живых особей составило: до проведения мер по ликвидации очага на обработанном и контрольном участках – 100 гусеницы; после обработки на обработанном участке – 98; в контроле после обработки – 99 особей вредителя [7]. Вычислим биологической эффективности лесозащитных мероприятий по формуле Аббота:

$$M = \left( 1 - \frac{P}{K} \right) \cdot 100 = \left( 1 - \frac{98}{99} \right) \cdot 100 \approx 1\%. \text{ Но } 1\% \text{ хоть и слабый, но все же тоже}$$

положительный результат. И лишь по опыту знаем что биологическая

эффективность должна быть, скажем, не ниже 80% и эффективность в 1% должна считаться негативным результатом.

Для вычисления биологической эффективности мы предлагаем пользоваться формулой

$$u = 1 - \frac{ny}{mx - ny} \quad (11)$$

где, ( $u$ ) биологическая эффективность лесозащитных мероприятий, ( $x$ ) количество вредителя до обработки в контроле, ( $y$ ) количество вредителя после обработки в опытах, ( $m$ ) и ( $n$ ) коэффициенты.

Предположим  $m = n = 1$ . Тогда  $u = 1 - \frac{y}{x - y}$ ;  $u = 100\%$  тогда когда  $y = 0$  т.е.

после лесозащитных мероприятий не осталось ни одной живой гусеницы.  $u = 0$  тогда когда  $y = 0.5x$ , иными словами когда 50% гусениц мертвы, т.е. чтобы говорить о минимальном положительном результате нужно чтобы количество живых гусениц после обработки составило максимум 49% от количества живых гусениц в контроле. Предположим обратное, пусть после обработки инсектицидами количество живых гусениц в опытах составило 51% от количества живых гусениц в контроле. Тогда  $u = 1 - \frac{y}{x - y} = 1 - \frac{0,51x}{x - 0,51x} = 1 - \frac{0,51}{-0,49} = 1 + 1,04 = 2,04$  или 204%, т.е. мы получили абсурдный результат. Формула Аббота же дает другой результат:

Сделаем сравнительный анализ предложенной формулы с формулой Аббота:  $M = \left(1 - \frac{P}{K}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{0,51}{100}\right) \cdot 100 = 49\%$ , т.е. формула утверждает, что результат хоть и немного слабый, но все же лесозащитные мероприятия проведены нормально.

Предположим, что хозяйство ежегодно урожай грецкого ореха продает за границу.

Яблонная плодожорка в плантациях грецкого ореха наносит ущерб урожаю плодов. Расходы требуют чтобы хозяйство защитила как минимум 80% урожая плодов, учитывая что одна гусеница повреждает только один плод, т.е. если будет защищена 79% урожая плодов, то хозяйство останется в долгах у банка. Таким образом, точкой отсчета является 80%. Предположим, что в результате лесозащитных мероприятий защищена 90% урожая.

Вычислим биологическую эффективность лесозащитных мероприятий. Для этого сначала необходимо найти коэффициенты ( $m$ ) и ( $n$ ) в формуле (11). Поскольку на каждый 100 гусениц до обработки, приходится 20 живых гусениц после обработки, то

$$y = 0.20x \Rightarrow 10y = 2x \Rightarrow 2x = 5y + 5y \Rightarrow 2x - 5y = 5y \quad (12)$$

В правой части (12) т.е.  $2x - 5y = 5y$  коэффициент при  $y$  поровну поделена между левой и правой частью. Так всегда нужно поступить при решении других задач.

Используем левую часть ( $2x - 5y$ ) в знаменателе, а правую ( $5y$ ) в числителе уравнения (11).

$$u = 1 - \frac{ny}{mx - ny} = 1 - \frac{5y}{2x - 5y}$$

Проверим, является ли 20% живых гусениц точкой отсчета в формуле (11):

$$u = 1 - \frac{5 \cdot 0.2}{2 \cdot 1 - 5 \cdot 0.2} = 1 - 1 = 0\%$$

Найдем биологическую эффективность лесозащитных мероприятий в случае, когда на каждый 100 гусениц до обработки количество живых составляет 10 гусениц после обработки:

$$u = 1 - \frac{5y}{2x - 5y} = 1 - \frac{5 \cdot 0.1}{2 \cdot 1 - 5 \cdot 0.1} = 1 - \frac{0.5}{1.5} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \approx 0.67 \text{ или } 67\%$$

### 3. Выводы

На основании проведенных исследований можно прийти к следующим выводам:

а) Старый способ определения видового числа ствола дерева является ошибочной. Взамен старому нами предложен новый способ определения видового числа ствола дерева:

$$f = \frac{1}{24 \cdot 10^8} \cdot \frac{H^2 \cdot (\sum g_i)^2}{(d^3)^2}$$

б) Старая формула для определения биологической эффективности лесозащитных мероприятий недостаточно точна. Нами предлагается новая формула для определения биологической эффективности лесозащитных мероприятий:

$$u = 1 - \frac{ny}{mx - ny}$$

### Литература

1. Anuchin, N.P. (1982). *Forest Taxation*, Moscow, Lesnaya promyshlennost, 552с. (in Russian).
2. Cutler, J.C., Betke, M., Federico, P. et al. (2006) Economic value of the pest control service provided by Brazilian free-tailed bats in south-central Texas. *Front Ecol. Environ.*, 4(5), 238-243.
3. Gninenko, Yu.I., Sergeeva, Yu.A. (2015). *Assessment of the Effectiveness of Insecticides for Forest Protection*, Pushkino, VNIILM, 40s. (in Russian).
4. Knutson, R. D. (1999). Economic impacts of reduced pesticide use in the United States; measurement of costs and benefits. *AFPC policy issues paper*, 99(2).
5. Martynov, A.N., Melnikov, E.S., Kovyazin, V.F., Anikin, A.S., Minaev, V.N., Belyaeva, N.V. (2008). *Basics of Forestry and Forest Valuation*. SPb., Lan, 372 с. (in Russian).
6. McCarl, B.A. (1981). *Economics of integrated pest management: An interpretive review of the literature*. Corvallis, Or., USA: Agricultural Experiment Station, International Plant Protection Center, and Dept. of Agricultural and Resource Economics, Oregon State University.
7. Selvarajah A., Thiruchelvam, S. (2007). Factors Affecting Pesticide Use by Farmers in Vavunija District, *Tropical Agricultural Research*, 19, 380.
8. Sergeev, P.N. (1953). *Forest Taxation*, Moscow, Goslesbumizdat, 311s. (in Russian).